

## **2- CAPITALISATION ET ACTUALISATION :**

### **2.1-Principe :**

D'après ce qui précède, le taux d'intérêt apparaît comme le taux de transformation de l'argent dans le temps. Cette relation entre temps et taux d'intérêt signifie que deux sommes d'argent ne sont équivalentes que si elles sont égales à la même date. Dès lors, pour pouvoir comparer deux ou des sommes disponibles à différentes dates le passage par les techniques de calcul actuariel (capitalisation et actualisation) devient nécessaire, donc ce sont deux opérations réalisées pour faire la comparaison entre deux sommes pour deux dates différentes.

### **2.2- Actualisation :**

L'actualisation est une technique qui consiste à faire reculer dans le temps une valeur future pour calculer sa valeur présente.

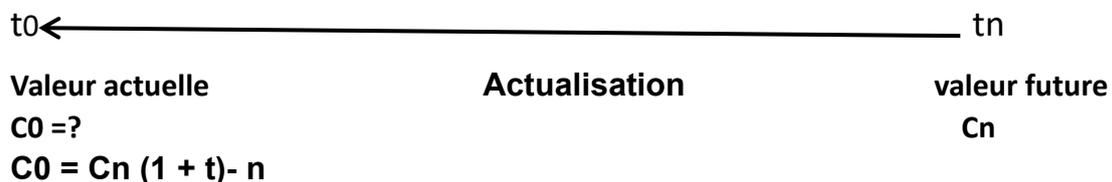
Donc actualiser une somme future c'est déterminer sa valeur d'aujourd'hui que l'on appelle la valeur actuelle.

La valeur actuelle  $C_0$  d'une somme d'argent  $C_1$  disponible dans une année et placée au taux  $t$ , est donnée par la formule suivante:

$$C_0 = C_1 (1 + t)^{-1}$$

Dès lors, la valeur actuelle  $C_0$  d'une somme d'argent  $C_n$  disponible dans  $n$  années d'intervalle et placée au taux  $t$  est égale à:

$C_0 = C_n (1 + t)^{-n}$
--------------------------



### 2.3- Capitalisation :

Contrairement à l'actualisation, la capitalisation consiste à faire avancer dans le temps une valeur présente pour calculer sa valeur future appelée aussi Valeur Acquise, cette opération permet de déterminer la valeur future d'une somme.

La valeur acquise  $C_1$  d'une somme d'argent présente  $C_0$  capitalisée au taux  $t$  pendant une année est égale à:

$$C_1 = C_0 (1 + t)$$

Dès lors, la valeur future  $C_n$  d'une somme d'argent présente  $C_0$  disponible après  $n$  années et placée au taux  $t$  est égale à:

$C_n = C_0 (1 + t)^n$
-----------------------



### 3- L'intérêt Simple :

Il ne s'agit pas de présenter dans le cadre de ce point une discussion théorique monétariste ou keynésienne relative à l'intérêt, mais on se limite à donner la définition la plus simple à ce concept et de déduire les formules les plus pertinentes qui en découlent.

#### 3.1- Principe et Champ d'application :

L'intérêt simple se calcule toujours sur le principal. Il ne s'ajoute pas au capital pour porter lui même intérêt. L'intérêt simple est proportionnel au capital prêté ou emprunté. Il est d'autant plus élevé que le montant prêté ou emprunté est important et que l'argent est prêté ou emprunté pour longtemps. Il est versé en une seule fois au début de l'opération, c'est à dire lors de la remise du prêt, ou à la fin de l'opération c'est à dire lors du remboursement. L'intérêt simple concerne essentiellement les opérations à court terme

(inférieures à un an).

### **3.2- Calcul Pratique :**

Soit, C : le montant du capital prêté ou emprunté en dinar (valeur nominale) t : le taux d'intérêt annuel (en pourcentage) n : la durée de placement (en année) I : le montant de l'intérêt à calculer en dinar V : la valeur acquise par le capital en dinar (valeur future) on a :  $I = C \cdot t\% \cdot n$

$$I = C \cdot t \cdot n / 100$$

On peut écrire alors que la valeur acquise ( $C_n$ ) par un placement ( $C_0$ ) générant des intérêts simples sur n années est  $C_n$  tel que :

$$C_n = C_0 + C_0 \cdot t \cdot n / 100$$

$$C_n = C_0 \cdot (1 + t \cdot n / 100)$$

**Remarques:** -Si la durée du placement est exprimée en mois, on aura :

$$I = C \cdot t \cdot n / 1200$$

$$V = C \cdot (1 + t \cdot n / 1200)$$

-Si la durée du placement est exprimée en jours, on aura :

$$I = C \cdot t \cdot n / 36000$$

$$V = C \cdot (1 + t \cdot n / 36000)$$

- ❖ une durée de placement exprimée en jours, l'usage fait que l'intérêt est calculé sur la base de l'année financière ou commerciale comptant 360 jours et non pas l'année civile comptant 365 jours ou 366 jours. L'exception est faite pour les comptes à terme et les bons de caisse dont l'intérêt servi est calculé sur la base de l'année civile, c'est à dire 365 jours. Par ailleurs, il faut aussi signaler que lorsque la durée est exprimée en jours, les mois sont comptés à leur nombre exact de jours, et on ne tient compte que de l'une des deux dates extrêmes.

**Exemple :**

Une somme de 10000 dinars est placée sur un compte du 23 Avril au 9 Août au taux simple de 7 %.

1/ Calculer le montant de l'intérêt produit à l'échéance.

2/ Calculer la valeur acquise par ce capital.

3/ Chercher la date de remboursement pour un intérêt produit égal à 315 dinars.

**Solution :**

1/ On a :  $36000 \text{ C.t.n } I =$  ,  $C = 10000$ ,  $t = 7$ , Calculons alors le nombre de jours de placement.

Avril = 7 jours	} <b><u>n = 108 jours</u></b>
Mai = 31 jours	
Juin = 30 jours	
Juillet = 31 jours	
Août = 9 jours	

$I = 10000.7.108 / 36000 = 210$  dinars tunisiens.

2/ La valeur acquise par ce capital est égale à V,

$V = C + I = 10000 + 210 = 10210$  dinars.

3/ Date de remboursement correspondant à un intérêt de 315 dinars.

$I = C.t.n / 36000$  donc  $n = 36000.I / C.t$    $n = 36000.315 / 10000.7 = 162$  jours.

Avril = 7 j

Mai = 31j

Juin = 30j

Juillet =31 j

Août = 31j

Septembre = 30j

---

= 160 jours

Octobre : 2 jours

---

= 162 jours

Date de remboursement = 2 octobre

### **3.3- Taux moyen d'une série de placements simultanés :**

Soit J opérations de placement simultanées à intérêt simple de sommes  $C_j$ , aux taux  $t_j$ , sur  $n_j$  jours.

Opération de placement	1	2	.....	J
Capital	$C_1$	$C_2$	.....	$C_j$
Taux	$t_1$	$t_2$	.....	$t_j$
Durée	$n_1$	$n_2$	.....	$n_j$

Le taux moyen de cette série de placement est un taux unique  $T$  qui, appliqué pour l'ensemble de capitaux engendrera le même intérêt que celui généré par les différents placements effectués à des taux différents. Il est évident que le taux moyen d'une série de placement ne peut être calculé que lorsque la série en question est placée par une seule personne ou un seul investisseur, il permet d'obtenir le même intérêt total. L'intérêt total de cette série est égal à :

$$I = C_1.t_1.n_1 / 36000 + C_2.t_2.n_2 / 36000 + \dots + C_j.t_j.n_j / 36000$$

D'après la définition, le taux moyen de placement sera calculé par la résolution de l'égalité suivante :

$$C_1.t_1.n_1 / 36000 + C_2.t_2.n_2 / 36000 + \dots + C_j.t_j.n_j / 36000 = C_1.T.n_1 / 36000 + C_2.T.n_2 / 36000 + \dots + C_j.T.n_j / 36000$$

$$\sum_{i=1}^J C_i . t_i . n_i = T . \sum_{i=1}^J C_i . n_i$$

$$T = \frac{\sum_{i=1}^J C_i . t_i . n_i}{\sum_{i=1}^J C_i . n_i}$$

### **Exemple:**

Calculer le taux moyen de placement des capitaux suivants : 2000 dinars placés à 3% pendant 30 jours, 3000 dinars placés à 4% pendant 40 jours et 4000 dinars placés à 5% pendant 50 jours.

### **Solution :**

$$T = \frac{2000.3.30 + 3000.4.40 + 4000.5.50}{2000.30 + 3000.40 + 4000.50} = 4.37\%$$

### **3.4- Terme échu, Terme à échoir, Taux-effectif :**

Comme on l'a déjà signalé, selon les modalités du contrat de prêt ou de placement, les intérêts peuvent être versés en début ou en fin de période :

- ❖ Lorsque les intérêts sont payés en fin de période, on dit qu'ils sont post-comptés ou terme échu. Ils sont calculés au taux d'intérêt simple, sur le capital initial C qui représente le nominal. Ils sont ajoutés ensuite, au nominal pour constituer le capital final V (valeur acquise). Pour un capital initial égal à C on a donc ;  $V = C.(1 + t.n / 36000)$

- ❖ Lorsque les intérêts sont payés en début de période, on dit qu'ils sont précomptés ou terme à échoir. Ils sont calculés sur le nominal, qui constitue la somme finale C et retranchés du nominal pour déterminer la somme initiale ou mise à disposition. Étant donné un nominal égal à C, on aura alors  $C' = C - I$ , où C' désigne la somme initiale. Quand les intérêts sont payables d'avance, le taux d'intérêt effectif est celui appliqué au capital effectivement prêté ou emprunté C' donne le montant de l'intérêt produit. En désignant par T, le taux effectif, on aura alors ;

$$C.t.n / 36000 = C'.t.n / 36000$$

$$\text{Or } C' = C - I = C - C.t.n / 36000$$

$$\text{Donc ; } C.t.n / 36000 = \frac{[C - C.t.n / 36000] .t.n}{36000}$$

$$t = T. ( 1 - t.n / 36000)$$

$$\text{Donc: } T = \frac{t}{1-t.n / 36000}$$

### **Exemple:**

Une personne place à intérêts précomptés la somme de 30000 dinars pour une durée de 6 mois au taux de 10 %. Quel est le taux effectif de ce placement ?

### **Solution :**

$$T = \frac{t}{1-t.n / 36000} = 10 / 1-( 10.6 / 1200) = 10.526\%$$